

変復調と等化方式の基礎

Fundamentals of Modulation/Demodulation and Equalization Technologies

林 和則

Kazunori Hayashi

〒 606-8501 京都市左京区吉田本町
京都大学大学院 情報学研究科

Graduate School of Informatics, Kyoto University
Yoshida-Honmachi, Sakyo, Kyoto, 606-8501 JAPAN

Tel: 075-753-5509, Fax: 075-753-4755, E-mail: kazunori@i.kyoto-u.ac.jp

Abstract

This tutorial paper presents fundamentals of recent modulation/demodulation and equalization technologies, such as OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) scheme, SC-CP (Single Carrier block transmission with Cyclic Prefix) scheme and SC-ZP (Single Carrier block transmission with Zero Padding) scheme. By regarding those schemes as block transmission schemes, unified treatment of the schemes is possible, which enable us to understand the nature of the schemes. In addition, recent results related to the block transmission with cyclic prefix will be described.

1 まえがき

現在, 高速デジタル伝送が求められるシステムにおいてマルチキャリア変調方式 [1] が盛んに採用されている。例えば, 有線系では ADSL (Asymmetric Digital Subscriber Lines, 非対称デジタル加入者線) に用いられている DMT (Discrete Multitone) 方式 [2], 無線系では地上波デジタルテレビ放送や無線 LAN に用いられている OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing, 直交周波数分割多重) 方式 [3] などがその代表的な例である。一方, 従来からのシングルキャリア変調方式にサイクリックプレフィックスを適用したシステム (Single Carrier block transmission with Cyclic Prefix, SC-CP) が注目されている [4]-[7]。SC-CP 方式は OFDM 方式と同様, ガード区間 (Guard Interval, GI) にサイクリックプレフィックスを挿入して伝送し, 受信側で離散周波数領域等化を行なう伝送方法であり, OFDM 方式と同等の周波数選択性フェージング耐性を持つことが報告されている [8]。また, SC-CP 方式はシングルキャリア変調を用いるため, 送信信号のピーク対平均電

力比 (Peak-to-Average Power Ratio, PAPR) がマルチキャリア変調信号に比べて小さく, 増幅効率が低い線形増幅器を必要としないという移動体通信システムに望ましい特徴も持っている。

本稿ではこれらの現在注目されている伝送方式の基本原則について, 文献 [9] の行列表現による記述法を用いてブロック伝送の枠組から一元的に解説する。OFDM 方式や SC-CP 方式をサイクリックプレフィックスを用いたブロック伝送方式として捉えることでその基本原則について見通しのよい理解が得られ, OFDM 方式と SC-CP 方式が同等の周波数選択性フェージング耐性を持つ理由が明らかになる。また, ブロック伝送という観点からはサイクリックプレフィックスを用いない他の伝送方式も考えられるが, 中でもガード区間にゼロパディングを用いるブロック伝送方式 (Single Carrier block transmission with Zero Padding, SC-ZP) はサイクリックプレフィックスを用いる方式よりも特性が優れることが知られており [9], 本稿ではこれについても解説する。さらに, サイクリックプレフィックスを用いたブロック伝送に関連する最近の研究成果を紹介する。

2 シリアル伝送とブロック伝送

2.1 シリアル伝送方式

無線マルチパス通信路は線形 FIR (Finite Impulse Response) フィルタでモデル化できる。送信信号系列を $\{s_n\}$ 、通信路のインパルス応答を $\{h_0, h_1, \dots, h_L\}$ とすると、受信信号系列 $\{r_n\}$ は線形畳み込み演算

$$r_n = \sum_{i=0}^L h_i s_{n-i} \quad (1)$$

によって与えられる。ただし、ここでは簡単のため付加雑音の影響は考えないものとする。この関係は、通信路の伝達関数 $H(z)$ と $\{s_n\}$ 、 $\{r_n\}$ の z 変換すなわち

$$H(z) = \sum_{i=0}^{L-1} h_i z^{-i} \quad (2)$$

$$S(z) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} s_i z^{-i} \quad (3)$$

$$R(z) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} r_i z^{-i} \quad (4)$$

を用いて

$$R(z) = H(z)S(z) \quad (5)$$

と書き直すことができる。

等化とは受信信号から通信路による影響を取り除く処理のことであり、雑音がない場合シリアル伝送では伝達関数 $1/H(z)$ をもつフィルタによって実現される。FIR フィルタの逆フィルタは IIR (Infinite Impulse Response) フィルタとなるが、通信路の変動に適応的にウェイトを変化させる必要のある等化器では安定性を保証するために一般に FIR フィルタが用いられており、真の意味での逆フィルタを実現することは困難である。このことは、(1) を行列表現すると

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ r_{n-1} \\ r_n \\ r_{n+1} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddots & & & & & \\ & h_L & \dots & h_0 & & \mathbf{0} \\ & & \ddots & & \ddots & \\ & & & & & \\ \mathbf{0} & & & h_L & \dots & h_0 \\ & & & & \ddots & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ s_{n-1} \\ s_n \\ s_{n+1} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (6)$$

となり、 $\{r_n\}$ から $\{s_n\}$ を得るためには無限次元テプリッツ行列の逆行列が必要になることから理解できる。

2.2 ブロック伝送方式

ブロック伝送方式では複数のシンボルから構成される信号ブロックを送信し、受信側ではこのブロック毎に等化や復調の処理が行なわれる。送信信号のブロック長を Q とし、 n 番目の送信信号ブロックを $\bar{\mathbf{s}}(n) = [\bar{s}_0(n), \dots, \bar{s}_{Q-1}(n)]^T$ ($[\cdot]^T$ は転置) とすると、これに対応する受信信号ブロック $\bar{\mathbf{r}}(n) = [\bar{r}_0(n), \dots, \bar{r}_{Q-1}(n)]^T$ は

$$\bar{\mathbf{r}}(n) = \mathbf{H} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{s}}(n-1) \\ \bar{\mathbf{s}}(n) \end{bmatrix} \quad (7)$$

と書ける。ここで \mathbf{H} は

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & h_L & \dots & h_0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & h_L & \dots & h_0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

で定義される $Q \times 2Q$ のチャンネル行列である。さらに、 \mathbf{H} を $Q \times Q$ の二つの部分行列

$$\mathbf{H}_1 = \begin{bmatrix} 0 & \dots & h_L & \dots & h_1 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & h_L \\ \vdots & & & & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\mathbf{H}_0 = \begin{bmatrix} h_0 & & & & \\ \vdots & h_0 & & \mathbf{0} & \\ h_L & & \ddots & & \\ & \ddots & & \ddots & \\ \mathbf{0} & & h_L & \dots & h_0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

に分解すると、受信信号ブロック $\bar{\mathbf{r}}(n)$ は

$$\bar{\mathbf{r}}(n) = \mathbf{H}_1 \bar{\mathbf{s}}(n-1) + \mathbf{H}_0 \bar{\mathbf{s}}(n) \quad (11)$$

と書ける。ここで右辺第 1 項は $(n-1)$ 番目の送信ブロックからの信号成分であり、ブロック間干渉 (Inter-Block Interference, IBI) の成分を表している。また右辺第 2 項は希望信号の成分から構成されるが、行列 \mathbf{H}_0 によって n 番目のブロック内でのシンボル間干渉 (Inter-Symbol Interference, ISI) が生じている。ブロック伝送ではガード区間と呼ばれる情報を伝送しない時間を挿入するこ

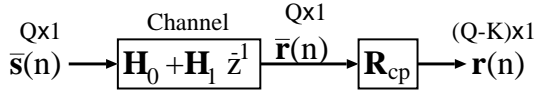


図 1: サイクリックプレフィックス方式におけるブロック間干渉の除去

とでブロック間干渉の成分を完全に除去し、これにより各ブロック毎に独立に等化を行なうことが可能となる。つまり、周波数利用効率を犠牲にすることで、等化の際に求めるべき逆行列のサイズを有限のものにしている。

以下では、2種類のブロック伝送法について詳しく説明を行なう。

3 サイクリックプレフィックスを用いたブロック伝送と等化

3.1 ブロック間干渉の除去

ブロック伝送においてブロック間干渉を除去する一つの方法として、図 1 のように受信信号ブロック $\bar{\mathbf{r}}(n)$ に何らかの線形処理 \mathbf{R}_{cp} を行なう方法が考えられる。

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(n) &= \mathbf{R}_{cp} \bar{\mathbf{r}}(n) \\ &= \mathbf{R}_{cp} \mathbf{H}_1 \bar{\mathbf{s}}(n-1) + \mathbf{R}_{cp} \mathbf{H}_0 \bar{\mathbf{s}}(n) \end{aligned} \quad (12)$$

式 (12) より、行列の積 $\mathbf{R}_{cp} \mathbf{H}_1$ が常に零行列であれば $\mathbf{r}(n)$ にはブロック間干渉の成分が含まれないことが分かる。 \mathbf{H}_1 の成分に依存せず、常にこのような条件を満足する \mathbf{R}_{cp} として

$$\mathbf{R}_{cp} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(Q-K) \times K} & \mathbf{I}_{Q-K} \end{bmatrix}, \quad (K \geq L) \quad (13)$$

が考えられる。ただし、 $\mathbf{0}_{A \times B}$ は $A \times B$ の零行列を \mathbf{I}_A は $A \times A$ の単位行列をそれぞれ表す。このとき (12) は

$$\mathbf{r}(n) = \mathbf{R}_{cp} \mathbf{H}_0 \bar{\mathbf{s}}(n) \quad (14)$$

となりブロック間干渉の成分が完全に除去される。

式 (13) の行列 \mathbf{R}_{cp} は、長さ Q のベクトル $\bar{\mathbf{r}}(n)$ の先頭の K 個の成分を削除して、長さ $Q-K$ のベクトル $\mathbf{r}(n)$ を生成する処理を表している。このため (14) は未知数が Q 個に対して式の数 $Q-K$ 個の連立方程式になるため解くことができない。そこで長さ Q の送信信号のブロック $\bar{\mathbf{s}}(n)$ は $M (= Q-K)$ 個の情報信号からなるべ

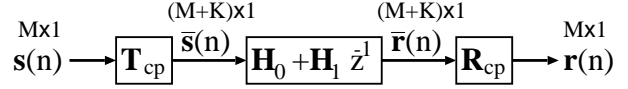


図 2: サイクリックプレフィックス方式における冗長の付加とブロック間干渉の除去

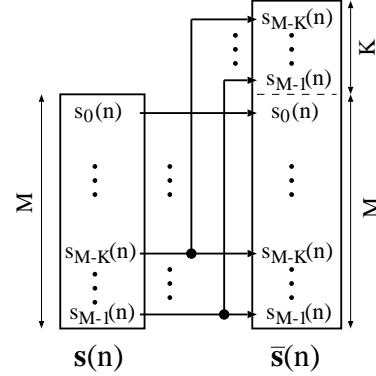


図 3: サイクリックプレフィックス

クトル $\mathbf{s}(n)$ に K 個の冗長を付けたものとし、冗長を付加する線形処理を $(M+K) \times M$ の行列 \mathbf{T}_{cp} で表すと

$$\bar{\mathbf{s}}(n) = \mathbf{T}_{cp} \mathbf{s}(n) \quad (15)$$

と書け、(14) は

$$\mathbf{r}(n) = \mathbf{R}_{cp} \mathbf{H}_0 \mathbf{T}_{cp} \mathbf{s}(n) \quad (16)$$

となる。行列 $\mathbf{R}_{cp} \mathbf{H}_0 \mathbf{T}_{cp}$ は $M \times M$ の行列であり、 $\mathbf{R}_{cp} \mathbf{H}_0 \mathbf{T}_{cp}$ が正則であれば、 $\mathbf{r}(n)$ から $\mathbf{s}(n)$ を一意に求めることができる。

図 2 にこれまでの処理をまとめたブロック図を示す。

3.2 サイクリックプレフィックス

冗長の付加を表す行列 \mathbf{T}_{cp} として様々なものが考えられるが、サイクリックプレフィックスの付加はそのような冗長付加の方法のうちの一つである。具体的には、図 3 に示すように $\mathbf{s}(n)$ の最後の K 個の成分をそのままの順序で先頭にコピーする。この操作を行列によって表現すると

$$\mathbf{T}_{cp} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{K \times (M-K)} & \mathbf{I}_K \\ & \mathbf{I}_M \end{bmatrix} \quad (17)$$

となる。

このとき $M \times M$ の行列 $\mathbf{R}_{cp} \mathbf{H}_0 \mathbf{T}_{cp}$ は次のような特別な構造を持つ行列となる。

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{cp} \mathbf{H}_0 \mathbf{T}_{cp} &= \begin{bmatrix} h_0 & 0 & \dots & 0 & h_L & \dots & h_1 \\ \vdots & h_0 & \ddots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ h_L & & \ddots & & \ddots & & h_L \\ 0 & \ddots & & \ddots & & & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & \ddots & & 0 \\ 0 & \dots & & 0 & h_L & \dots & h_0 \end{bmatrix} \\ &\stackrel{def}{=} \mathbf{C}_{cp} \end{aligned} \quad (18)$$

この行列の各列 (行) は一つ前の列 (行) 全体を下 (右) にシフトし、はみ出た成分を先頭にもってきたベクトルになっている。このような構造をもつ行列は巡回行列 (Circulant Matrix) と呼ばれる。巡回行列は対角成分が等しく、またその上下の対角成分も全て等しいためテプリッツ行列の一種であるが、その成分に依らず離散フーリエ変換 (Discrete Fourier Transform, DFT) 行列によってユニタリ相似変換が可能であるという非常に有用な性質を持っている [10] (巡回行列の性質については文献 [11] が詳しい)。系列 $\{x(n) : n = 0, \dots, M-1\}$ の離散フーリエ変換 $\{X_k : k = 0, \dots, M-1\}$ は

$$X_k = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{n=0}^{M-1} x(n) e^{-j \frac{2\pi}{M} nk} \quad (19)$$

で定義される。これを行列表現すると

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} X_0 \\ \vdots \\ X_{M-1} \end{bmatrix} &= \mathbf{D} \begin{bmatrix} x(0) \\ \vdots \\ x(M-1) \end{bmatrix}, \\ \mathbf{D} &= \frac{1}{\sqrt{M}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & e^{-j \frac{2\pi \times 1 \times 1}{M}} & \dots & e^{-j \frac{2\pi \times 1 \times (M-1)}{M}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & e^{-j \frac{2\pi (M-1) \times 1}{M}} & \dots & e^{-j \frac{2\pi (M-1) \times (M-1)}{M}} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (20)$$

となるが、ここで $M \times M$ の行列 \mathbf{D} は M ポイントの離散フーリエ変換を表すユニタリ行列であり、DFT 行列と呼ばれる。また離散フーリエ逆変換 (Inverse Discrete Fourier Transform, IDFT) は $\mathbf{D}^{-1} (= \mathbf{D}^H)$ によって計算される。ただし、 $(\cdot)^H$ は共役転置を表す。

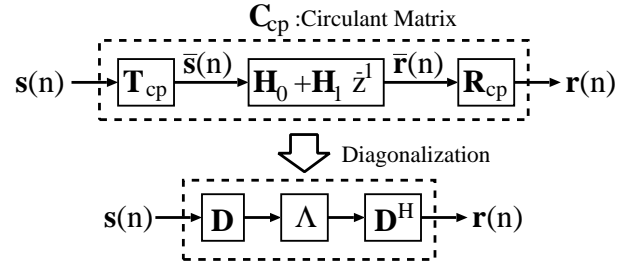


図 4: 巡回行列の対角化による通信路の離散周波数領域表現

巡回行列の性質を用いると

$$\mathbf{C}_{cp} = \mathbf{D}^H \mathbf{\Lambda} \mathbf{D} \quad (22)$$

と書ける。ただし $\mathbf{\Lambda}$ は

$$\begin{bmatrix} \lambda_0 \\ \vdots \\ \lambda_{M-1} \end{bmatrix} = \sqrt{M} \mathbf{D} \begin{bmatrix} h_0 \\ \vdots \\ h_L \\ \mathbf{0}_{(M-L-1) \times 1} \end{bmatrix} \quad (23)$$

で定義される $\{\lambda_0, \dots, \lambda_{M-1}\}$ を対角成分にもつ対角行列である。また $[\lambda_0, \dots, \lambda_{M-1}]^T$ は通信路のインパルス応答の離散フーリエ変換であり、通信路の周波数応答に他ならない。これより (16) は改めて

$$\mathbf{r}(n) = \mathbf{D}^H \mathbf{\Lambda} \mathbf{D} \mathbf{s}(n) \quad (24)$$

と書くことができる。これを図示したのが図 4 である。

無限次元テプリッツ行列 \mathbf{H} で表現されていた通信路の影響は、サイクリックプレフィックスの付加および除去によって $M \times M$ の巡回行列によって表現されることになる。さらに巡回行列は常に DFT 行列によって対角化可能であり、この性質は次に述べる等化において有効に用いることができる。

3.3 サイクリックプレフィックスを用いる方式におけるブロック等化

サイクリックプレフィックスを用いたブロック伝送方式では離散周波数領域の等化器が用いられる。これはサイクリックプレフィックス除去後の受信信号ベクトルを離散フーリエ変換し、変換領域で各周波数成分毎にウェイトを乗算し、離散フーリエ逆変換によって再び時間領域の信号に戻すことで等化を実現する等化器である。

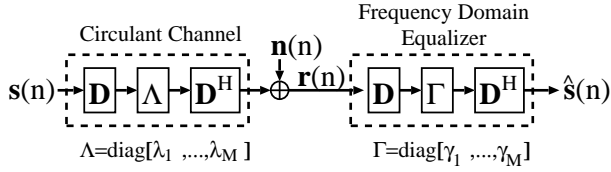


図 5: サイクリックプレフィックスを用いる方式の全体のシステム構成

離散周波数領域でのウェイトを $\{\gamma_0, \dots, \gamma_{M-1}\}$ とし、これを対角成分に持つ対角行列を $\mathbf{\Gamma}$ とすると、等化器出力の信号は

$$\begin{aligned}\hat{s}(n) &= (\mathbf{D}^H \mathbf{T} \mathbf{D}) \mathbf{D}^H \mathbf{\Lambda} \mathbf{D} \mathbf{s}(n) \\ &= \mathbf{D}^H \mathbf{\Gamma} \mathbf{\Lambda} \mathbf{D} \mathbf{s}(n)\end{aligned}\quad (25)$$

となる. $\hat{s}(n) = \mathbf{s}(n)$ となるためには、 $\mathbf{\Gamma} = \mathbf{\Lambda}^{-1}$ であればよい. $\mathbf{\Lambda}$ は対角行列なので容易に逆行列を計算でき、

$$\gamma_i^{zf} = \frac{1}{\lambda_i}, \quad i = 0, \dots, M-1 \quad (26)$$

となる. (26) は完全にブロック内の符号間干渉を除去する等化器のウェイトであり、ゼロフォーシング (Zero-Forcing, ZF) 基準の等化器ウェイトである. シリアル等化で完全に符号間干渉を除去するためには無限のタップ数の等化器が必要であったのに対し、サイクリックプレフィックスを用いたブロック伝送方式では M 個のウェイトのみで完全な等化が実現できることに注意されたい.

実際の通信路では受信信号に熱雑音 $\mathbf{n}(n)$ が加わるため、この影響も考慮する必要がある. フェージングの影響で、ある周波数での通信路の応答 λ_i が 0 または 0 に近い値をとった場合、その周波数における (26) のウェイトは非常に大きな値をとり雑音が増幅されてしまう. これは雑音増強 (Noise Enhancement) と呼ばれる現象であり、特性劣化の大きな要因である.

最小 2 乗誤差 (Minimum Mean-Square-Error, MMSE) 基準のウェイト

$$\gamma_i^{\text{mmse}} = \frac{\lambda_i^*}{|\lambda_i|^2 + \sigma_n^2 / \sigma_s^2}, \quad i = 0, \dots, M-1 \quad (27)$$

を用いることで雑音増強の影響を抑えることができる. ここで、 σ_n^2 、 σ_s^2 はそれぞれ雑音と情報信号の分散を表し、 $(\cdot)^*$ は複素共役を表す. MMSE 基準ウェイトにより特性が改善されるが、雑音の分散推定が必要となる.

以上述べてきたサイクリックプレフィックスを用いたブロック伝送方式の全体の構成を図示すると図 5 のよ

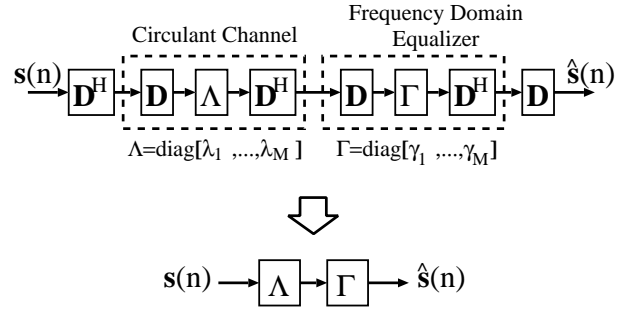


図 6: OFDM 方式の等価的なブロック図

うになる. 受信機内で必要となる離散フーリエ変換 \mathbf{D} 及び離散フーリエ逆変換 \mathbf{D}^H は高速フーリエ変換 (Fast Fourier Transform, FFT) を用いて効率的に計算することが可能であり、また等化器ウェイトを表す行列 $\mathbf{\Gamma}$ は対角行列であるため、これとの乗算は M 回の複素数の乗算のみで計算される. このようにサイクリックプレフィックスを用いたブロック伝送法では、等化が極めて効率的に実現できる.

3.4 OFDM 方式

OFDM はサイクリックプレフィックスを用いたブロック伝送方式の特別な場合であると考えられる. OFDM 方式では、情報信号の離散フーリエ逆変換にサイクリックプレフィックスを付加した信号が送信信号ブロックであり、受信側でサイクリックプレフィックスを除去した後、離散フーリエ変換を施し等化器ウェイトを乗算することで送信信号の推定値を得る.

(24) において、情報信号 $\mathbf{s}(n)$ の代わりに $\mathbf{D}^H \mathbf{s}(n)$ を、等化器出力信号 $\hat{\mathbf{s}}(n)$ の代わりに $\mathbf{D}^H \hat{\mathbf{s}}(n)$ を用いると、雑音がない場合の情報信号の推定ベクトル $\hat{\mathbf{s}}(n)$ は

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{s}}(n) &= \mathbf{D} (\mathbf{D}^H \mathbf{T} \mathbf{D}) (\mathbf{D}^H \mathbf{\Lambda} \mathbf{D}) \mathbf{D}^H \mathbf{s}(n) \\ &= \mathbf{\Gamma} \mathbf{\Lambda} \mathbf{s}(n)\end{aligned}\quad (28)$$

で与えられる. 通信路の影響 $\mathbf{\Gamma}$ および等化処理 $\mathbf{\Lambda}$ のいずれも対角行列のみで表現されており、OFDM 方式は周波数選択性フェージング通信路を離散フーリエ変換のポイント数 M と同数の並列なフラットフェージング通信路に変換し、そこで伝送を行なう方式であると考えられる. 図 6 に対応するシステムの等価的なブロック図を示す.

各並列通信路 (サブチャネル) のフェージング係数はもとの通信路の周波数応答に対応するため、前述の等化

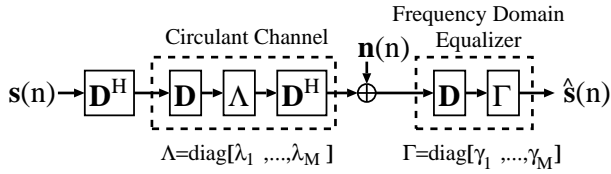


図 7: OFDM 方式の全体のシステム構成

器ウェイトを用いて等化できる。ただし、(26) の ZF 基準ウェイトと (27) の MMSE 基準ウェイトのいずれも (実数) $\times \lambda_i^*$ の形に変形することができ、OFDM では各サブキャリア毎に等化及び判定を行なうため、判定時点での信号対雑音電力比 (Signal to Noise Power Ratio, SNR) は ZF 基準ウェイトと MMSE 基準ウェイトで同じである。

図 7 に OFDM 方式の全体のシステム構成を示す。図 5 の構成と比較するとその違いは離散フーリエ逆変換 D^H の位置が受信機から送信機に移動しているだけであり、システム全体の複雑さは同一である。図 5 のシステムと同様に通信路の影響を表す巡回行列 $C_{cp} = D^H A D$ が必ずしもフルランクにならないという欠点はあるものの、等化が容易に実現でき、これが OFDM 方式が広く用いられている理由であると考えられる。

3.5 シミュレーション例

図 8 にこれまで述べた 3 種類のサイクリックプレフィックスを用いたブロック伝送方式、

- ZF 基準等化器を用いた SC-CP 方式
- MMSE 基準等化器を用いた SC-CP 方式
- OFDM 方式

の計算機シミュレーションによって求めた 10 パスレイリーフェージング通信路におけるビット誤り率 (Bit Error Rate, BER) 特性の例を示す。図中 E_s/N_0 は 1 シンボル当たりの信号のエネルギー対雑音の電力密度比を表す。本シミュレーションでは、変復調方式: QPSK, 情報ブロック長 M : 64, サイクリックプレフィックス長 K : 16 とし、完全なチャネル推定を仮定している。また、各伝送方式、等化法による基本的な特性の違いを明確にするため、誤り訂正符号は用いていない。

MMSE 基準等化器を用いた SC-CP 方式では、ZF 基準等化器を用いたそれと比べて非常に良好な BER 特性

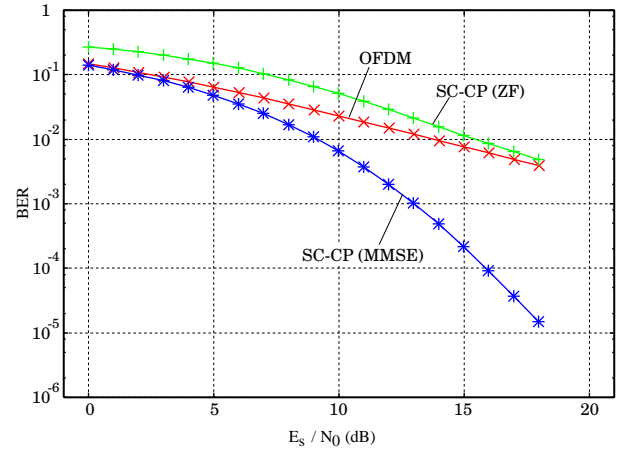


図 8: サイクリックプレフィックスを用いる方式の BER 特性: 10 パスレイリーフェージング通信路

が得られていることが分かる。これは MMSE 基準の等化器では雑音増強の影響が最小限に抑えられているためである。

本シミュレーションのモデルでは、OFDM 方式の特性は ZF 基準等化器を用いた SC-CP 方式に比べてやや優れているものの、それほど大きな差がないことが分かる。さらに MMSE 基準の等化器を用いた SC-CP 方式の特性と比べると大きく劣っていることが分かる。このことから、周波数選択性フェージング耐性と、マルチキャリア伝送であるかあるいはシングルキャリア伝送であるかはほとんど関係がなく、サイクリックプレフィックスを用いたブロック伝送による効果的な等化方法が、一般に言われる OFDM 方式の周波数選択性フェージング耐性に大きく寄与しているといえる。

また BER 特性の傾きを比較すると、特に E_s/N_0 が大きい領域において、OFDM 方式よりも SC-CP 方式の特性の傾きの方が大きくなっている。これは OFDM 方式では各シンボルを 1 つのサブチャネルを用いて伝送するのにに対し、SC-CP 方式では各シンボルを全ての周波数帯域に跨って伝送するためパスタイバーシチ利得が得られるからである。ただし、OFDM 方式においても誤り訂正符号を用いてサブキャリアに跨ったコーディングを行なうことでダイバーシチの効果を得られるため、通常 OFDM 方式は誤り訂正符号とセットで使用される。

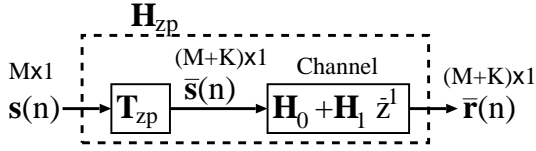


図 9: ゼロパディング方式におけるブロック間干渉の除去

4 ゼロパディングを用いたブロック伝送と等化

4.1 ゼロパディング

ゼロパディングを用いる方式では, 図9に示されるように送信側の処理によってブロック間干渉を除去する. 送信信号ブロック $\bar{\mathbf{s}}(n)$ が情報信号 $\mathbf{s}(n)$ に線形処理 \mathbf{T}_{zp} を施すことで生成されたとすると

$$\bar{\mathbf{s}}(n) = \mathbf{T}_{zp} \mathbf{s}(n) \quad (29)$$

と書ける. このとき受信信号ブロック $\bar{\mathbf{r}}(n)$ は (11) より

$$\bar{\mathbf{r}}(n) = \mathbf{H}_1 \mathbf{T}_{zp} \mathbf{s}(n-1) + \mathbf{H}_0 \mathbf{T}_{zp} \mathbf{s}(n) \quad (30)$$

となる. これより $\bar{\mathbf{r}}(n)$ にブロック間干渉成分が含まれないためには $\mathbf{H}_1 \mathbf{T}_{zp}$ が零行列であればよいことが分かる. このような条件を満足する \mathbf{T}_{zp} として

$$\mathbf{T}_{zp} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_M \\ \mathbf{0}_{K \times M} \end{bmatrix} \quad (31)$$

がある. ただし, サイクリックプレフィックスを用いる方式のときと同様, M を情報信号 $\mathbf{s}(n)$ の長さとし, $K \geq L$ であるとする. (31) の \mathbf{T}_{zp} による操作は, 図10に示されるように情報信号 $\mathbf{s}(n)$ の後ろに K 個 0 を詰め込む (ゼロパディング) ことで送信信号ブロック $\bar{\mathbf{s}}(n)$ を生成することに相当する.

4.2 ゼロパディングを用いる方式におけるブロック等化

送信側でゼロパディングを行なうことにより, 受信信号ブロックは

$$\bar{\mathbf{r}}(n) = \mathbf{H}_0 \mathbf{T}_{zp} \mathbf{s}(n) \quad (32)$$

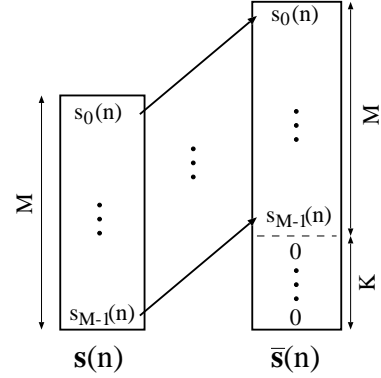


図 10: ゼロパディング

と書ける. ここで行列 $\mathbf{H}_0 \mathbf{T}_{zp}$ の成分を書き下すと

$$\mathbf{H}_0 \mathbf{T}_{zp} = \begin{bmatrix} h_0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ h_L & & \ddots & 0 \\ 0 & \ddots & & h_0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & h_L \\ \vdots & & & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix} \stackrel{def}{=} \mathbf{H}_{zp} \quad (33)$$

となる. \mathbf{H}_{zp} は $(M+K) \times M$ のテプリッツ行列であり, サイクリックプレフィックスを用いる方式における巡回行列 \mathbf{C}_{cp} にはない性質を持っている. \mathbf{C}_{cp} は, 通信路の周波数応答 $\{\lambda_0, \dots, \lambda_{M-1}\}$ のいずれか 1 つでも 0 であればフルランクでなくなるのに対し, \mathbf{H}_{zp} は通信路のインパルス応答 $\{h_0, \dots, h_L\}$ が全て 0 でない限りフルランクであることが保証される. このため等化器による雑音増強が生じ難く, サイクリックプレフィックスを用いた方式よりも特性が優れると考えられる.

図11にゼロパディング方式の全体のブロック図を示す. 図中 \mathbf{G}_{zp} は $M \times (M+K)$ の等化器を表しており, ZF 基準等化器は次式で与えられる.

$$\mathbf{G}_{zp}^{zf} = \mathbf{H}_{zp}^\dagger = (\mathbf{H}_{zp}^H \mathbf{H}_{zp})^{-1} \mathbf{H}_{zp}^H \quad (34)$$

ただし, \mathbf{A}^\dagger は行列 \mathbf{A} の疑似逆行列を示す.

また, \mathbf{H}_{zp} が特異に近い場合, MMSE 基準等化器

$$\mathbf{G}_{zp}^{mmse} = \mathbf{H}_{zp}^H \left(\frac{\sigma_n^2}{\sigma_s^2} \mathbf{I}_{M+K} + \mathbf{H}_{zp} \mathbf{H}_{zp}^H \right)^{-1} \quad (35)$$

を用いることで特性を改善することができる.

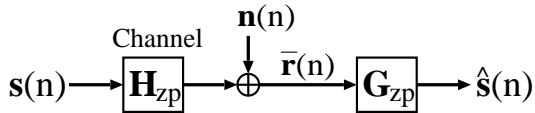


図 11: ゼロパディング方式の全体のシステム構成

サイクリックプレフィックスを用いる方式では、高速フーリエ変換を用いて効率的に等化器ウェイトの計算や等化処理が可能であるのに対して、ゼロパディングを用いる方式では直接的に逆行列を計算する必要がある。計算すべき逆行列のサイズはブロック長に依存するが、ゼロパディングの長さ K は通信路のインパルス応答のオーダー L 以上でなければならず、これによる伝送レートの低下を許容できる範囲にするためには全体のブロック長は余り小さくできない。このため等化処理における要求演算量が大きな問題となる。

4.3 シミュレーション例

図 12 に ZF 基準等化器及び MMSE 基準等化器を用いた SC-ZP 方式の 10 パスレイリーフェージング通信路における BER 特性の例を示す。シミュレーションパラメータは 3.5 と同様である。

ゼロパディングによるブロック伝送方式では ZF 基準等化器を用いた場合も比較的良好な特性が得られている。これは \mathbf{H}_{zp} が常にフルランクであるため、大きな雑音増強が生じないからであると考えられる。また、図 8 の BER 特性と比較すると、MMSE 基準等化器を用いた SC-CP 方式の特性は、ZF 基準等化器を用いた SC-ZP 方式と MMSE 基準等化器を用いた SC-ZP 方式の特性のほぼ中間の特性である。ゼロパディングによるブロック伝送方式の特性は良好であるが、計算量も考慮すると MMSE 基準等化器による SC-CP 方式が特性と要求演算量のバランスに優れた方式であると考えられる。

5 サイクリックプレフィックスを用いたブロック伝送の特性改善

これまで述べてきたブロック伝送方式は全てそのガード区間が通信路のインパルス応答のオーダー以上であることを前提としており、ガード区間を越えるような遅延広がりを持つ通信路では特性が著しく劣化してしまう。様々な通信路環境においてブロック間干渉の除去及

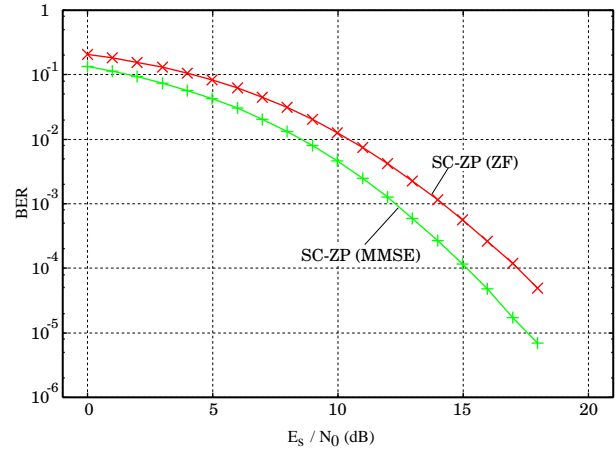


図 12: ゼロパディングを用いる方式の BER 特性: 10 パスレイリーフェージング通信路

び等化を可能にするためにはガード区間はより長い方が望ましいが、あまりに長いガード区間は周波数利用効率を低下させてしまうため長さに限界がある。通信路環境に適応的にガード区間の長さを変化させることでこの問題に対応できるが、これはフレームタイミングがブロック毎に変化することを意味しフレーム同期の処理が複雑となる。また、固定長のガード区間として既に標準化されている場合、それ以外の部分でこの問題を解決する必要がある。

以上のような理由から、インパルス応答のオーダーがガード区間より大きい通信路におけるサイクリックプレフィックスを用いた伝送方式の特性改善手法について様々な研究が行なわれている。文献 [12]-[14] では時間領域のフィルタによってインパルス応答のオーダーをガード区間の長さ以下にする、あるいは等化を行なう手法を提案している。また、文献 [15] ではアダプティブアンテナを受信機に導入することで、ガード区間外遅延波の抑圧及びガード区間内遅延波の最適な合成を実現し特性改善を図っている。さらに、文献 [16]-[18] では、トーン毎等化器と呼ばれる各周波数毎に複数のタップを持つ周波数領域等化器を用いて特性の改善を図っている。各周波数毎に複数の信号を生成するためにスライディング DFT[19] が利用されている。

以下では、ガード区間外遅延波によって生じるブロック間干渉及びシンボル間干渉を通信路行列の構造を利用して除去する手法 [20] を紹介する。

5.1 簡単なガード区間外遅延波対策法

SC-CP 方式の送受信信号ブロックの関係は (12) より

$$\mathbf{r}(n) = \mathbf{R}_{cp}\mathbf{H}_1\mathbf{T}_{cp}\mathbf{s}(n-1) + \mathbf{R}_{cp}\mathbf{H}_0\mathbf{T}_{cp}\mathbf{s}(n) \quad (36)$$

と書ける. 通信路のオーダーがガード区間より大きい場合, $\mathbf{R}_{cp}\mathbf{H}_1\mathbf{T}_{cp}$ は零行列とならず

$$\mathbf{R}_{cp}\mathbf{H}_1\mathbf{T}_{cp} = \begin{bmatrix} & & & h_L & \dots & h_{K+1} \\ & & & & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0}_{M \times (M-L+K)} & & & & & h_L \\ & & & \mathbf{0} & & \end{bmatrix} \stackrel{def}{=} \mathbf{C}_{IBI} \quad (37)$$

となり, これによってブロック間干渉が生じてしまう.

また, $\mathbf{R}_{cp}\mathbf{H}_0\mathbf{T}_{cp}$ は巡回行列ではなく

$$\mathbf{R}_{cp}\mathbf{H}_0\mathbf{T}_{cp} = \begin{bmatrix} h_0 & & & h_K & \dots & h_1 \\ \vdots & \ddots & & \mathbf{0} & \vdots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & h_L & \vdots & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & \vdots \\ h_L & & & \ddots & \ddots & h_L \\ \mathbf{0} & h_L & \dots & \dots & \dots & h_0 \end{bmatrix} \quad (38)$$

となり, 周波数領域等化器では完全に符号間干渉の成分を等化することができない. そこで, (38) を分解して

$$\mathbf{R}_{cp}\mathbf{H}_0\mathbf{T}_{cp} = \mathbf{C} - \mathbf{C}_{ISI}, \quad (39)$$

とし, \mathbf{C} , \mathbf{C}_{ISI} をそれぞれ

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} h_0 & h_L & \dots & h_1 \\ \vdots & \ddots & \mathbf{0} & \ddots & \vdots \\ h_L & & \ddots & h_L & \\ & & \ddots & \ddots & \\ \mathbf{0} & h_L & \dots & h_0 \end{bmatrix}, \quad (40)$$

$$\mathbf{C}_{ISI} = \begin{bmatrix} & & & h_L & \dots & h_{K+1} \\ & & & & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0}_{M \times (M-L)} & & & & & h_L \\ & & & \mathbf{0} & & \mathbf{0}_{M \times K} \end{bmatrix}. \quad (41)$$

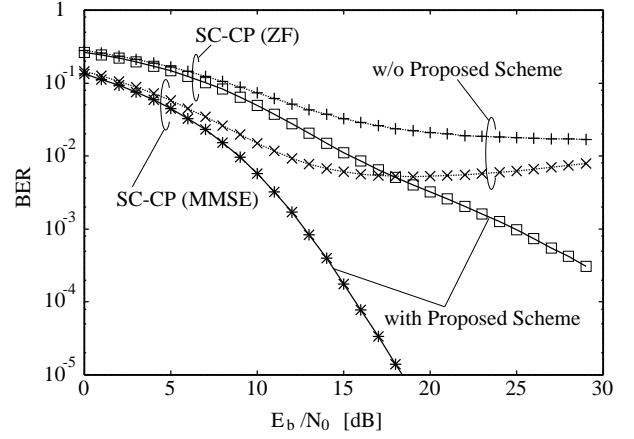


図 13: ガード外遅延波が存在する環境での BER 特性

と定義すると, (36) は

$$\mathbf{r}(n) = \mathbf{C}\mathbf{s}(n) - \mathbf{C}_{ISI}\mathbf{s}(n) + \mathbf{C}_{IBI}\mathbf{s}(n-1) \quad (42)$$

と書くことができる. 行列 \mathbf{C} は巡回行列であるため, $\mathbf{C}_{ISI}\mathbf{s}(n) = \mathbf{0}_{M \times 1}$ かつ $\mathbf{C}_{IBI}\mathbf{s}(n-1) = \mathbf{0}_{M \times 1}$ であれば, (42) の右辺が第一項のみとなり周波数領域等化器等化可能である. \mathbf{C}_{ISI} , \mathbf{C}_{IBI} はいずれも $L-K$ 個の列のみに 0 でない成分を持つので, この条件は送信信号ブロックを

$$\mathbf{s}(n) = [s_0(n), \dots, s_{M-L-1}(n), \mathbf{0}_{1 \times (L-K)}, s_{M-K}(n), \dots, s_{M-L+K-1}(n), \mathbf{0}_{1 \times (L-K)}]^T. \quad (43)$$

とすることで満足される. つまり送信信号のうち $2 \times (L-K)$ 個の成分を 0 とするだけでガード区間外遅延波によるブロック間干渉を完全に除去し, 周波数領域等化器等化を行なうことが可能となる. これは干渉によって環境の悪い時間スロットを使用しない伝送法と理解することができ, この意味で SC-CP 方式版のローディング法 [21] と見ることもできる. ここで, OFDM 方式ではガード外遅延波による干渉成分が全ての情報信号に影響を及ぼすため, 同様の干渉除去法は OFDM 方式には適用できないことに注意されたい.

図 13 にこの手法を適用したときの BER 特性を示す. シミュレーション条件は情報ブロック長 M : 64, カード区間長 K : 16, チャネルオーダー L : 20 であり, $L > K$ の通信路環境となっている. 図 13 より, 提案手法を用いることで大幅に特性を改善できることが分かる.

ここで紹介した手法を実際に用いるためにはガード区間より大きなオーダーをもつ通信路の応答を推定す

る必要があるが、パイロット信号に工夫を加えることで、このような環境においても OFDM 方式で通常よく用いられる周波数領域での通信路応答推定法が適用可能である [20].

6 むすび

本稿ではサイクリックプレフィックスを用いたブロック伝送方式について解説し、OFDM 方式がこの伝送方式の特別な場合に相当することを明らかにした。また、OFDM 方式の周波数選択性フェージング耐性は、マルチキャリア変調であることではなくサイクリックプレフィックスを利用した周波数領域のブロック等化に起因するものであることを明らかにした。さらに、他のブロック伝送法としてゼロパディングを用いる手法について解説し、この手法はサイクリックプレフィックスを用いる手法よりも特性に優れるものの要求計算量が非常に大きいことを明らかにした。そして最後に、最近の研究成果としてガード区間よりも通信路のインパルス応答のオーダーが大きいときの SC-CP 方式のための簡易な特性改善法を紹介した。

参考文献

- [1] S. Hara and P. Prasad, "Overview of multicarrier CDMA," *IEEE Commun. Mag.*, vol.35, pp.126-133, 1997.
- [2] J.M. Cioffi, *Asymmetric digital subscriber lines*, The CRC Handbook of Communications, 1996.
- [3] Jr. L. J. Cimini, "Analysis and simulation of a digital mobile channel using orthogonal frequency division multiplexing," *IEEE Trans. on Commun.*, vol.COM-33, no.7, pp.529-540, 1985.
- [4] H. Sari, G. Karam and I. Jeanclaude, "Transmission Techniques for Digital Terrestrial TV Broadcasting," *IEEE Commun. Mag.*, vol.33, pp.100-109, 1995.
- [5] D. Falconer, S. L. Ariyavisitakul, A. Benyamin-Seeyar, and B. Eidson, "White Paper: Frequency Domain Equalization for Single-Carrier Broadband Wireless Systems," <http://www.sce.carleton.ca/bbw/papers/Ariyavisitakul.pdf>, 2001.
- [6] 大野修一, 周波数選択性通信路に対する無線ブロック伝送方式, トリケップス, 2002.
- [7] D. Falconer, S. L. Ariyavisitakul, A. Benyamin-Seeyar, and B. Eidson, "Frequency Domain Equalization for Single-Carrier Broadband Wireless Systems," *IEEE Commun. Mag.*, vol.40, pp.58-66, 2002.
- [8] A. Czylik, "Comparison between Adaptive OFDM and Single Carrier Modulation with Frequency Domain Equalization", *Proc VTC'97*, vol.2, pp.865-869, 1997.
- [9] Z. Wang and G.B. Giannakis, "Wireless multi-carrier communications," *IEEE Signal Processing Mag.*, vol.17, pp.29-48, 2000.
- [10] R. M. Gray, *Toeplitz and Circulant Matrices: A review*, <http://ee.stanford.edu/gray/toeplitz.pdf>, 2002.
- [11] P. J. Davis, *Circulant Matrices*, John Wiley & Sons, 1979.
- [12] P. J. W. Melsa, R. C. Younce, and C. E. Rohrs, "Impulse Response Shortening for Discrete Multitone Transceivers," *IEEE Trans. on Commun.*, vol.44, pp.1662-1672, 1996.
- [13] B. Farhang-Boroujeny and M. Ding, "Design Methods for Time-Domain Equalizers in DMT Transceivers," *IEEE Trans. on Commun.*, vol.49, pp.554-562, 2001.
- [14] G. Arslan, B. L. Evans, and S. Kiaei, "Equalization for Discrete Multitone Receivers To Maximize Bit Rate," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol.49, pp.3123-3135, 2001.
- [15] 林和則, 小嶋卓, 酒井英昭, "サイクリックプリフィックスを用いたシングルキャリア無線通信システムのためのアダプティブアレーアンテナ," *信学論*, vol.J87-B, no.7, pp.940-949, 2004.
- [16] K. Van Acker, G. Leus, M. Moonen, O. van de Wiel, and T. Pollet, "Per Tone Equalization for DMT-Based Systems," *IEEE Trans. on Commun.*, vol.49, pp.109-119, 2001.
- [17] G. Leus and M. Moonen, "Per-Tone Equalization for MIMO OFDM Systems," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol.51, pp.2965-2975, 2003.
- [18] K. Hayashi and H. Sakai, "Per-Tone Equalization for Single Carrier Block Transmission with Cyclic Prefix," *Proc. MWSCAS 2004*, vol.II, pp.649-652, 2004.
- [19] E. Jacobsen and R. Lyons, "The Sliding DFT," *IEEE Signal Processing Mag.*, vol.20, no.2, pp.74-80, 2003.
- [20] K. Hayashi and H. Sakai, "A Simple Interference Elimination Scheme for Single Carrier Block Transmission with Insufficient Cyclic Prefix," *Proc. WPMC 2004*, Abano Terme, Italy, 2004.
- [21] P. S. Chow, J. M. Cioffi, and J. A. C. Bingham, "A Practical Discrete Multitone Transceiver Loading Algorithm for Data Transmission over Spectrally Shaped Channels," *IEEE Trans. on Commun.*, vol.43, pp.773-775, 1995.