

# 光通信のための周波数領域等化技術

林 和則†

† 京都大学大学院情報学研究科 〒 606-8501 京都市左京区吉田本町

E-mail: †kazunori@i.kyoto-u.ac.jp

**あらまし** 従来、無線通信システムで広く用いられてきた OFDM (orthogonal frequency division multiplexing) 方式などの周波数領域等化 (frequency domain equalization; FDE) による伝送方式を、光通信における波長分散や偏波モード分散 (polarization mode dispersion; PMD) などの線形歪みの補償のために利用する試みが行なわれている。本稿では、FDE を用いたブロック伝送方式の基本的なアイデアについて解説し、光通信システムに適用したときの具体的な送受信信号モデルや等化ウェイト等について述べる。さらに、波長分散と PMD の周波数応答の性質について説明する。

**キーワード** 周波数領域等化, OFDM, 波長分散, 偏波モード分散

## Frequency Domain Equalization for Optical Communications Systems

Kazunori HAYASHI†

† Graduate School of Informatics, Kyoto University, Yoshida Honmachi Sakyo-ku, Kyoto, 606-8501, JAPAN

E-mail: †kazunori@i.kyoto-u.ac.jp

**Abstract** Frequency domain equalization (FDE) technique, such as orthogonal frequency division multiplexing (OFDM), which has been widely employed in the current high speed wireless communications systems, is recently applied to optical communications systems in order to compensate the linear distortion in the channel. In this paper, we review fundamentals of the FDE, and present some specific signal models and properties of the FDE for the chromatic dispersion or polarization mode dispersion (PMD) compensation in optical communications systems.

**Key words** Frequency Domain Equalization, OFDM, Chromatic Dispersion, Polarization Mode Dispersion

### 1. はじめに

OFDM (orthogonal frequency division multiplexing) 方式やサイクリックプレフィックスを用いたシングルキャリアブロック伝送 (single carrier block transmission with cyclic prefix; SCCP) 方式などの周波数領域等化 (frequency domain equalization; FDE) を用いたブロック伝送方式 [1], [2] は、高速フーリエ変換 (fast Fourier transform; FFT) の採用により低演算量で高い等化能力を実現できることから、近年の高速無線通信が求められる多くのシステムの物理層プロトコルで採用されている。最近では、これらの伝送方式を光通信システムへ適用することが検討されており、FDE が光ファイバの偏波モード分散 (polarization mode dispersion; PMD) や波長分散などの線形歪みの補償に有効であることが示されている [3]– [5]。

本稿では、SCCP 方式や OFDM 方式における送信信号の生成から受信側の等化処理までの一連の流れを詳細に記述することで、FDE の基本的なアイデアについて解説する。さらに、

FDE を PMD 補償に用いる場合、偏波ダイバーシチ受信を行なうときには  $1 \times 2$  の SIMO (single-input multiple-output) 通信路、偏波多重伝送もあわせて行なうときには  $2 \times 2$  MIMO (multiple-input multiple-output) 通信路としてモデル化する必要があるため、MIMO 伝送路における FDE についても詳しく述べる。最後に、光通信の代表的な線形歪みである波長分散と PMD の周波数応答の性質について簡単に説明する。

### 2. 周波数領域等化の基礎

FDE を用いるシステムでは、複数のシンボルから構成される信号ブロックを送信 (実際にはその成分を順に送信) し、受信側ではそのブロック毎に等化や復調の処理が行なわれる。送信したい情報シンボルのブロック長を  $M$  とし、 $n$  番目の情報シンボルブロックを  $\mathbf{s}(n) = [s_0(n), \dots, s_{M-1}(n)]^T$  ( $[\cdot]^T$ : 転置) と定義すると、実際に送信される信号ブロックは

$$\bar{\mathbf{s}}(n) = [\bar{s}_0(n), \dots, \bar{s}_{M+K-1}(n)]^T = \mathbf{T}_{cp} \mathbf{s}(n) \quad (1)$$

で与えられる。ここで  $(M + K) \times M$  の行列  $\mathbf{T}_{\text{cp}}$  は

$$\mathbf{T}_{\text{cp}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{K \times (M-K)} & \mathbf{I}_K \\ & \mathbf{I}_M \end{bmatrix} \quad (2)$$

で定義され、 $\mathbf{s}(n)$  の最後の  $K$  ( $\geq L$ ) シンボルを先頭にコピーして追加することで、長さが  $M + K$  の送信信号ブロック  $\bar{\mathbf{s}}(n)$  を生成する操作を表している。ここで導入された冗長をサイクリックプレフィックス (cyclic prefix; CP) と呼び、後に分かるように FDE システムで重要な役割を果たす。

この送信信号ブロック  $\bar{\mathbf{s}}(n)$  を有限長のインパルス応答 (finite impulse response; FIR)  $\{h_0, h_1, \dots, h_L\}$  をもつ線形時不変通信路<sup>(注1)</sup>に通したときの受信信号ブロックは

$$\bar{\mathbf{r}}(n) = [\bar{r}_0(n), \dots, \bar{r}_{M+K-1}(n)]^T = \mathbf{H} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{s}}(n-1) \\ \bar{\mathbf{s}}(n) \end{bmatrix} \quad (3)$$

と書ける。ここで、 $(M + K) \times 2(M + K)$  の通信路行列  $\mathbf{H}$  は

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & h_L & \dots & h_0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & h_L & \dots & h_0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

で与えられるテプリッツ行列であり、線形畳み込み演算を表している。FIR 通信路の遅延広がりの影響により、 $\bar{\mathbf{r}}(n)$  には  $\bar{\mathbf{s}}(n)$  だけでなく  $\bar{\mathbf{s}}(n-1)$  の成分 (ブロック間干渉) が含まれることに注意する。さらに、 $\mathbf{H}$  の最初の  $M + K$  列からなる部分行列を  $\mathbf{H}_1$ 、最後の  $M + K$  列からなる部分行列を  $\mathbf{H}_0$  とすると、受信信号ブロック  $\bar{\mathbf{r}}(n)$  は

$$\bar{\mathbf{r}}(n) = \mathbf{H}_1 \bar{\mathbf{s}}(n-1) + \mathbf{H}_0 \bar{\mathbf{s}}(n) \quad (5)$$

と書ける。右辺第 1 項は  $(n-1)$  番目の送信ブロックからの信号成分であり、ブロック間干渉の成分を表している。FDE を用いたブロック伝送では  $\mathbf{T}_{\text{cp}}$  によって加えた冗長を利用して、ブロック間干渉を除去する。すなわち、

$$\mathbf{R}_{\text{cp}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{M \times K} & \mathbf{I}_M \end{bmatrix}, \quad (K \geq L) \quad (6)$$

で定義される行列を左から乗算することで、

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(n) &= \mathbf{R}_{\text{cp}} \bar{\mathbf{r}}(n) \\ &= \mathbf{R}_{\text{cp}} \mathbf{H}_1 \bar{\mathbf{s}}(n-1) + \mathbf{R}_{\text{cp}} \mathbf{H}_0 \bar{\mathbf{s}}(n) \\ &= \mathbf{R}_{\text{cp}} \mathbf{H}_0 \bar{\mathbf{s}}(n) \\ &= \mathbf{R}_{\text{cp}} \mathbf{H}_0 \mathbf{T}_{\text{cp}} \mathbf{s}(n) \end{aligned} \quad (7)$$

を得る。2 行目から 3 行目への変形では、 $K \geq L$  であれば、 $\mathbf{H}_1$  の成分に関わらず  $\mathbf{R}_{\text{cp}} \mathbf{H}_1 = \mathbf{0}$  となることを用いた。また、 $\mathbf{R}_{\text{cp}}$  を左から乗算することは、ベクトルの先頭の  $K$  個の成分を除去して長さが  $M + K$  のベクトルから長さが  $M$  のベクトル

を得る操作であり、送信側で CP として付加された冗長 (と同じ長さの受信信号) を除去する処理を表している。

このように CP はブロック間干渉の除去に役立つが、ブロック内でのシンボル間干渉の除去においてさらに重要な役割を果たす。(7) より、CP の付加 ( $\mathbf{T}_{\text{cp}}$ ) と除去 ( $\mathbf{R}_{\text{cp}}$ ) を含めた通信路を考えると、 $M \times M$  の通信路行列  $\mathbf{C} \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{R}_{\text{cp}} \mathbf{H}_0 \mathbf{T}_{\text{cp}}$  は

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} h_0 & 0 & \dots & 0 & h_L & \dots & h_1 \\ \vdots & h_0 & \ddots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ h_L & & \ddots & \ddots & & \ddots & h_L \\ 0 & \ddots & & \ddots & \ddots & & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & h_L & \dots & h_0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

なる構造を持つことが分かる。この行列の各列 (行) は一つ前の列 (行) 全体を下 (右) にシフトし、はみ出た成分を先頭にもつてきたベクトルになっている。このような構造をもつ行列は巡回行列 (circulant matrix) と呼ばれる。任意の巡回行列は離散フーリエ変換 (discrete Fourier transform, DFT) 行列

$$\mathbf{D} = \frac{1}{\sqrt{M}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & e^{-j\frac{2\pi \times 1 \times 1}{M}} & \dots & e^{-j\frac{2\pi \times 1 \times (M-1)}{M}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & e^{-j\frac{2\pi \times (M-1) \times 1}{M}} & \dots & e^{-j\frac{2\pi \times (M-1) \times (M-1)}{M}} \end{bmatrix}$$

によってユニタリ相似変換されるという非常に有用な性質を持っている。すなわち、 $\mathbf{C}$  はその成分  $\{h_0, h_1, \dots, h_L\}$  によらず

$$\mathbf{C} = \mathbf{D}^H \mathbf{\Lambda} \mathbf{D} \quad (9)$$

と書くことができる。ただし、 $[\cdot]^H$  は共役転置であり、 $\mathbf{\Lambda}$  は

$$\begin{bmatrix} \lambda_0 \\ \vdots \\ \lambda_{M-1} \end{bmatrix} = \sqrt{M} \mathbf{D} \begin{bmatrix} h_0 \\ \vdots \\ h_L \\ \mathbf{0}_{(M-L-1) \times 1} \end{bmatrix} \quad (10)$$

で定義される  $\{\lambda_0, \dots, \lambda_{M-1}\}$  を対角成分にもつ対角行列である<sup>(注2)</sup>。これより、CP 除去後の受信信号ベクトルは

$$\mathbf{r}(n) = \mathbf{D}^H \mathbf{\Lambda} \mathbf{D} \mathbf{s}(n) \quad (11)$$

と書くことができる。

ブロック内のシンボル間干渉を完全に除去するような等化器はゼロフォーシング (zero-forcing; ZF) 基準の等化器と呼ばれ、一般に通信路行列の逆行列を受信信号ベクトルに乗算することで実現される。DFT 行列がユニタリ行列であること ( $\mathbf{D}^{-1} = \mathbf{D}^H$ ) を用いると

(注1)：無線通信であればマルチパス通信路、光通信であれば波長分散がその典型的な例である。

(注2)： $[\lambda_0, \dots, \lambda_{M-1}]^T$  は通信路のインパルス応答の離散フーリエ変換であり、通信路の周波数応答に他ならない。

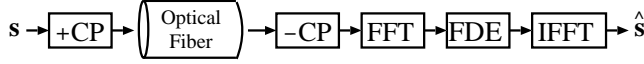


図1 SCPP方式

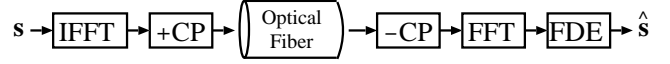


図2 OFDM方式

$$(\mathbf{D}^H \mathbf{A} \mathbf{D})^{-1} = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{D}^{-H} = \mathbf{D}^H \mathbf{A}^{-1} \mathbf{D} \quad (12)$$

となることから、CPを用いたブロック伝送では、CP除去後の受信信号をDFT (実際にはFFT) し、各(周波数)成分毎にウェイト  $1/\lambda_i$   $i = 0, \dots, M-1$  を乗算し、逆DFT (inverse DFT; IDFT) (実際は逆FFT (inverse FFT; IFFT)) によって再び時間領域の信号に戻すことでZF等化が実現出来ることが分かる。

実際の通信路では受信信号に熱雑音  $\mathbf{v}(n)$  が加わるため、この影響も考慮する必要がある。ある周波数での  $\lambda_i$  が0に近い値をとるとき、 $1/\lambda_i$  は非常に大きな値になり、その周波数の雑音成分が増幅されてしまう(雑音増強と呼ばれる)。そこで、CP除去後の受信信号ベクトルを改めて

$$\mathbf{r}(n) = \mathbf{D}^H \mathbf{A} \mathbf{D} \mathbf{s}(n) + \mathbf{v}(n) \quad (13)$$

とし、最小平均2乗誤差 (minimum mean-square-error; MMSE) 基準の最適線形等化器

$$\mathbf{F}^{\text{opt}} = \arg \min_{\mathbf{F}} J, \quad J = E[\|\mathbf{s}(n) - \mathbf{F} \mathbf{r}(n)\|^2] \quad (14)$$

を求めると(ただし、 $\|\cdot\|$  は  $l_2$  ノルム)

$$\mathbf{F}^{\text{opt}} = \mathbf{D}^H \mathbf{A} \mathbf{D}^{-1} = \mathbf{D}^H \mathbf{A}^{-1} \mathbf{D} \quad (15)$$

が得られる。ここで、 $\mathbf{A} = \text{diag}\{\gamma_0, \dots, \gamma_{M-1}\}$ ,

$$\gamma_i = \frac{\lambda_i^*}{|\lambda_i|^2 + \sigma_n^2 / \sigma_s^2}, \quad i = 0, \dots, M-1 \quad (16)$$

である。また、 $\sigma_n^2$ ,  $\sigma_s^2$  はそれぞれ、雑音と信号の分散を表し、 $(\cdot)^*$  は複素共役を表す。これより、MMSE基準の線形等化器もFDEとして実現されることが分かる。以上の伝送方式は、SCPP方式と呼ばれる(図1)。

OFDM方式では、情報シンボルブロックのIDFTにCPを付加して送信する(図2)。すなわち、SCPP方式において  $\mathbf{s}(n)$  の代わりに  $\mathbf{D}^H \mathbf{s}(n)$  を用いることで、受信信号ベクトルのDFTは

$$\begin{aligned} \mathbf{D} \mathbf{r}(n) &= \mathbf{D} (\mathbf{D}^H \mathbf{A} \mathbf{D}) \mathbf{D}^H \mathbf{s}(n) + \mathbf{D} \mathbf{v}(n) \\ &= \mathbf{A} \mathbf{s}(n) + \mathbf{D} \mathbf{v}(n) \end{aligned} \quad (17)$$

となる。通信路の影響が対角行列  $\mathbf{A}$  で表現されており、SCPP方式の場合と同様、周波数領域での  $\mathbf{A}^{-1}$  の乗算によってZF等化が実現されることが分かる。また、 $\mathbf{A}^{-1}$  の代わりに  $\mathbf{F}$  を用いることで、 $\mathbf{s}(n)$  と等化器出力信号ベクトルとの平均2乗誤差を最小にすることが出来るが、OFDM方式ではサブキャリア<sup>(注3)</sup>毎に判定が行なわれ、各サブキャリア毎のSNR (signal-to-noise ratio) は  $\mathbf{A}^{-1}$  と  $\mathbf{F}$  で違いがないため、(誤り訂正符号を用いない場合は) これらは同一の誤り率特性になる。

(注3) : OFDM方式では周波数  $i \in \{0, \dots, M-1\}$  をサブキャリアと呼ぶ。

### 3. FDEによるPMD補償

FDEを波長分散の補償に用いる場合は、前節で述べたSISO (single-input single-output) システムの送受信信号モデルが使用できるが、PMD補償に用いる場合には  $1 \times 2$  のSIMOシステム(偏波ダイバーシチのとき)、あるいは  $2 \times 2$  のMIMOシステム(偏波多重伝送のとき)として通信路をモデル化する必要がある。ここでは、偏波多重伝送においてFDEでPMD補償と偏波分離を行なう場合の送受信信号モデルを述べる(偏波ダイバーシチの場合は、以下で  $\mathbf{s}_y(n) = \mathbf{0}_{M \times 1}$  とすれば良い)。

SCPP方式を採用し、送信側での二つの偏波軸  $x, y$  への入力(送信)信号を、それぞれ  $\mathbf{s}_x(n) = [s_0^x(n), \dots, s_{M-1}^x(n)]^T$ ,  $\mathbf{s}_y(n) = [s_0^y(n), \dots, s_{M-1}^y(n)]^T$  とすると、受信側での二つの偏波軸  $x, y$  における受信信号は、それぞれ、

$$\mathbf{r}_x(n) = \mathbf{D}^H \mathbf{A}_{xx} \mathbf{D} \mathbf{s}_x(n) + \mathbf{D}^H \mathbf{A}_{xy} \mathbf{D} \mathbf{s}_y(n) + \mathbf{v}_x(n) \quad (18)$$

$$\mathbf{r}_y(n) = \mathbf{D}^H \mathbf{A}_{yx} \mathbf{D} \mathbf{s}_x(n) + \mathbf{D}^H \mathbf{A}_{yy} \mathbf{D} \mathbf{s}_y(n) + \mathbf{v}_y(n) \quad (19)$$

と書ける。ここで、 $\mathbf{A}_{uv} = \text{diag}\{\lambda_0^{uv}, \dots, \lambda_{M-1}^{uv}\}$ ,  $u, v \in \{x, y\}$  は入力の偏波軸  $v$  から出力の偏波軸  $u$  へのPMDの影響による周波数応答を表す対角行列であり、 $\mathbf{v}_x(n)$  と  $\mathbf{v}_y(n)$  はそれぞれ、偏波軸  $x, y$  での付加雑音ベクトルである。二つの偏波軸の送受信信号ベクトル及び雑音ベクトルをそれぞれまとめて  $\mathbf{r}_{\text{pmd}}(n) = [\mathbf{r}_x(n)^T \mathbf{r}_y(n)^T]^T$ ,  $\mathbf{S}_{\text{pmd}}(n) = [\mathbf{s}_x(n)^T \mathbf{s}_y(n)^T]^T$ ,  $\mathbf{v}_{\text{pmd}}(n) = [\mathbf{v}_x(n)^T \mathbf{v}_y(n)^T]^T$  と定義すると

$$\mathbf{r}_{\text{pmd}}(n) = \mathbf{C}_{\text{pmd}} \mathbf{S}_{\text{pmd}}(n) + \mathbf{v}_{\text{pmd}}(n) \quad (20)$$

と書ける。ただし、

$$\mathbf{C}_{\text{pmd}} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}^H \mathbf{A}_{xx} \mathbf{D} & \mathbf{D}^H \mathbf{A}_{xy} \mathbf{D} \\ \mathbf{D}^H \mathbf{A}_{yx} \mathbf{D} & \mathbf{D}^H \mathbf{A}_{yy} \mathbf{D} \end{bmatrix} \quad (21)$$

である。

ZF基準を採用した場合、PMD補償・偏波分離は

$$\mathbf{C}_{\text{pmd}}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}^H & \mathbf{0}_{M \times M} \\ \mathbf{0}_{M \times M} & \mathbf{D}^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_{xx} & \Delta_{xy} \\ \Delta_{yx} & \Delta_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{D} & \mathbf{0}_{M \times M} \\ \mathbf{0}_{M \times M} & \mathbf{D} \end{bmatrix}$$

で実現される。ここで、 $\Delta_{uv} = \text{diag}\{\delta_0^{uv}, \dots, \delta_{M-1}^{uv}\}$ ,  $u, v \in \{x, y\}$  であり、その  $i$  番目の対角成分は  $d_i = \lambda_i^{xx} \lambda_i^{yy} - \lambda_i^{yx} \lambda_i^{xy}$  として

$$\delta_i^{xx} = \frac{\lambda_i^{yy}}{d_i}, \quad \delta_i^{xy} = -\frac{\lambda_i^{yx}}{d_i}, \quad \delta_i^{yx} = -\frac{\lambda_i^{xy}}{d_i}, \quad \delta_i^{yy} = \frac{\lambda_i^{xx}}{d_i} \quad (22)$$

である。これより、MIMO伝送の場合も、FDEによってZF基準のPMD補償・偏波分離が実現出来ることが分かる。

一方、MMSE基準のPMD補償・偏波分離は

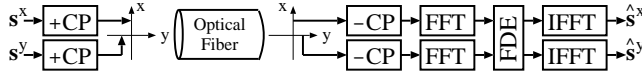


図3 SCCP方式によるPMD補償

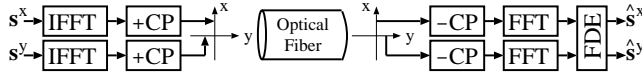


図4 OFDM方式によるPMD補償

$$\mathbf{F}_{\text{pmd}}^{\text{opt}} = \arg \min_{\mathbf{F}_{\text{pmd}}} J_{\text{pmd}},$$

$$J_{\text{pmd}} = E [ \|\mathbf{s}_{\text{pmd}}(n) - \mathbf{F}_{\text{pmd}} \mathbf{r}_{\text{pmd}}(n)\|^2 ] \quad (23)$$

を解くことで得られ、その解は

$$\mathbf{F}_{\text{pmd}}^{\text{opt}} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}^H & \mathbf{0}_{M \times M} \\ \mathbf{0}_{M \times M} & \mathbf{D}^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_{xx} & \Gamma_{xy} \\ \Gamma_{yx} & \Gamma_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{D} & \mathbf{0}_{M \times M} \\ \mathbf{0}_{M \times M} & \mathbf{D} \end{bmatrix}$$

となる。ここで、 $\Gamma_{uv} = \text{diag}\{\gamma_0^{uv}, \dots, \gamma_{M-1}^{uv}\}$ ,  $u, v \in \{x, y\}$  であり、その  $i$  番目の対角成分は

$$\gamma_i^{xx} = \frac{\lambda_i^{yy} d_i^* + \frac{\sigma_n^2}{\sigma_s^2} \lambda_i^{xx*}}{l_i}, \quad \gamma_i^{xy} = \frac{-\lambda_i^{xy} d_i^* + \frac{\sigma_n^2}{\sigma_s^2} \lambda_i^{yx*}}{l_i},$$

$$\gamma_i^{yx} = \frac{-\lambda_i^{yx} d_i^* + \frac{\sigma_n^2}{\sigma_s^2} \lambda_i^{xy*}}{l_i}, \quad \gamma_i^{yy} = \frac{\lambda_i^{xx} d_i^* + \frac{\sigma_n^2}{\sigma_s^2} \lambda_i^{yy*}}{l_i}$$

で与えられる。ただし、 $l_i = |\lambda_i^{xx} \lambda_i^{yy} - \lambda_i^{yx} \lambda_i^{xy}|^2 + \frac{\sigma_n^2}{\sigma_s^2} (|\lambda_i^{xx}|^2 + |\lambda_i^{xy}|^2 + |\lambda_i^{yx}|^2 + |\lambda_i^{yy}|^2 + \frac{\sigma_n^2}{\sigma_s^2})$  である。これより、MMSE 基準の場合も FDE によって実現されることが分かる (図3)。

OFDM 方式の場合には、前節と同様、SCCP 方式における送信信号  $\mathbf{s}_x(n)$  と  $\mathbf{s}_y(n)$  を、それぞれ  $\mathbf{D}^H \mathbf{s}_x(n)$  と  $\mathbf{D}^H \mathbf{s}_y(n)$  にすれば良い。このとき、DFT 後の受信信号ベクトルは

$$\mathbf{D} \mathbf{r}_x(n) = \Lambda_{xx} \mathbf{s}_x(n) + \Lambda_{xy} \mathbf{s}_y(n) + \mathbf{D} \mathbf{v}_x(n) \quad (24)$$

$$\mathbf{D} \mathbf{r}_y(n) = \Lambda_{yx} \mathbf{s}_x(n) + \Lambda_{yy} \mathbf{s}_y(n) + \mathbf{D} \mathbf{v}_y(n) \quad (25)$$

と書ける。

$$\begin{bmatrix} \Lambda_{xx} & \Lambda_{xy} \\ \Lambda_{yx} & \Lambda_{yy} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \Delta_{xx} & \Delta_{xy} \\ \Delta_{yx} & \Delta_{yy} \end{bmatrix}$$

であることから、ZF 基準を用いた PMD 補償・偏波分離は、ZF 基準の SCCP 方式と同一のウェイトを用いた FDE によって実現出来る (図4)。

#### 4. 光通信における周波数応答の性質

無線通信では、レイリーフェージング通信路を仮定し、FIR 通信路の各係数をガウスランダム変数でモデル化 (したがって、各周波数応答もガウスランダム変数) することが多いが、光通信では想定する線形歪みの要因によって周波数応答の性質が大きく異なる。そこで、代表的な光通信の線形歪みである波長分散と PMD の周波数応答の性質について簡単に述べる。

波長分散は媒質の屈折率の周波数依存性に起因するものであり、その受信信号に対する影響は周波数に依存した位相回転と

して現れる。このように、振幅応答が一定で位相応答のみが周波数に依存するフィルタは、全域通過フィルタと呼ばれ、その影響を補償 (等化) する際に雑音増強が発生しないため、ZF 基準によって良好な等化特性が得られる。ただし、これは連続時間の周波数応答の性質であり、FDE における離散周波数領域での応答では、厳密には、伝送路中の帯域制限要素やサンプリングの影響などを検討する必要があることに注意されたい。

一方、PMD の連続時間の周波数応答の性質については、Jones 行列がユニタリ行列になることが知られている [5]。2×2 の FDE MIMO 伝送においては

$$\begin{bmatrix} \lambda_i^{xx} & \lambda_i^{xy} \\ \lambda_i^{yx} & \lambda_i^{yy} \end{bmatrix} \quad (26)$$

が離散周波数領域における Jones 行列に相当するが、帯域制限要素のベースバンドにおけるインパルス応答が偶関数<sup>(注4)</sup>であれば、この行列もユニタリ行列 (を定数倍したもの) になることが示される。MIMO 伝送において各周波数での Jones 行列がユニタリであれば、雑音増強の影響無しに等化・信号分離が可能であるが、PMD が偏波依存損失 (polarization dependent loss; PDL) を伴う場合はユニタリ性が崩れるため、MMSE 基準を用いることで特性を改善出来る可能性がある。

#### 5. まとめ

本稿では、光通信における波長分散と PMD の補償を想定し、SISO および 2×2MIMO の伝送路における FDE を用いたブロック伝送方式について解説した。FDE を理解する上で重要な点は、「CP の働きで通信路行列が巡回行列になること」、「任意の巡回行列が DFT 行列によって対角化されること」及び「DFT 演算が FFT によって低計算量で実現出来ること」である。本稿では光通信の線形歪みの例として、波長分散と PMD を取り上げたが、FDE による伝送方式は時空間の信号処理と極めて相性が良いため、コア間干渉が存在するマルチコアファイバでの信号伝送や、マルチモードファイバでの信号歪み補償、モード多重伝送における信号分離にも有効であることが期待される。

#### 文 献

- [1] D. Falconer, S. L. Ariyavisitakul, A. Benyamin-Seeyar and B. Eidson, "Frequency domain equalization for single-carrier broadband wireless system," *IEEE Commun. Mag.*, vol.40, pp.58–66, Apr. 2002.
- [2] Z. Wang and G. B. Giannakis, "Wireless multicarrier communications," *IEEE Signal Processing Mag.*, vol.17, pp.29–48, May. 2000.
- [3] R. Kudo et al., "PMD Compensation in Optical Coherent Single Carrier Transmission Using Frequency Domain Equalization," *Electron. Lett.*, vol. 45, no. 2, pp. 124–125, Jan. 2009.
- [4] K. Hayashi, Y. Oka, M. Kaneko, H. Sakai, D. Ogasahara, H. Takeshita, W. Maeda, T. Takamichi, and K. Fukuchi, "SIMO and MIMO FDE Transmission in Optical Fiber with PMD," in Proc. OptoElectronics and Communications Conference 2010 (OECC2010), pp. 772–773, July, 2010.
- [5] W. Shieh and I. Djordjevic, *OFDM for Optical Communications*, Academic, Press, 2010.

(注4)：因果律を無視した場合、実際には遅延を導入する。